

## ドイツにおける割合に関する教育内容・教育方法について

東京福祉大学  
加藤 卓  
ta-kato@ed.tokyo-fukushi.ac.jp

玉川大学  
守屋 誠司  
smoriya@edu.tamagawa.ac.jp

## 概要：

ドイツ バーデン・ヴュルテンベルク州・バイエルン州において、割合に関する教育に関しての教科書と実際の教育手法、市販されている問題集等についての調査を行った。その結果、調査範囲のドイツでは、教科書で取扱う割合は「%」に限られること。割合は、実際量の分数や異種類の比として表し、等しい分数や比に変換して答えを求めること。また、実際の教育手法でも教科書と同じ方法が指導されていることが分かった。

検索語：ドイツ、割合、教育課程、教育内容、教育方法

## 1. 問題の所在

小学校5学年の学習内容である割合は、かねてから指導が難しいと認識されている。割合に関する問題の正答率は、低いままで改善されていない。特に、記述式の問題では正答率が低く、平成28年まで実施された全国学力学習状況調査のB問題では、正答率は約15~40%程度となっている。

割合の文章問題の低い正答率を改善するため、日本では様々な指導方法や解決方略が工夫されてきた。OT図を用いる方法は、演算決定は容易であるが、意味理解が無いまま形式的な解決方法となる欠点がある。また、2本数直線で量と割合の関係性を把握する方法は、守屋ら(2016)により、数直線を描くことが子供にとって容易でないことが指摘されている。一方、加藤ら(2016)は、乗除数量関係図(ボックス図)を示し、記述式の問題でも有効であることを示している。そこで、低い到達度をさらに改善することを目的として、外国の教育課程・教育内容・教育方法を参考にするため、国際教育比較調査を行った。

ドイツは、理数系の思考力を基にした科学技術・工業生産において成功を収めている国であるといえる。理数系思考力の育成を支えるドイツの教科書や問題集などの教育資料の収集、学校視察と教員へ聞き取り調査を通し、教科書に記載の無い実際の教育手法についての調査を行った。

## 2. ドイツの教育資料と教育内容について

ドイツの教科書会社が発行している問題集『Komplett Trainer, Mathematik 5-8 klasse, Gymnasium』, Klett, 2016 に記載されている学習内容、比の3用法と演算構造を表1に示す。

	学 習 内 容	用法と構造
6. klasse (pp.16-21)		
分 数 と %	$x\% = x/100 = b/a$ (既約分数)	$\% \Leftrightarrow$ 分数 の換算
	$b/a$ (既約分数) = $x/100 = x\%$	I用法 単線
	比べられる量/もとにする量 = $b/a$ (既約分数) = $x/100 = x\%$	II用法 換算と単線 図 = $b/a$ (既約分 数) = $x/100 = x\%$ の換算
	$x\% = x/100 = b/a$ (既約分数) もとにする量 $\times b/a$ (既約分数) = もとにする量 $\div m \times n$ $\% = b/a$ (既約分数) $\%(\text{per mille}) = b/a$ (既約分数) 既約分数 = $x/100 = x\%$ ・ 5000g 中の各成分を%で表す ・ g(重さ) $\cdot$ €(金額) $\cdot$ m <sup>2</sup> (広さ) m(長さ) $\cdot$ kg(重さ) $\cdot$ min(時間) の x% の実際量を求める ・ 240€ の 25% 引きの価格を求め る ・ 1 時間に 25 台の車が走る道 J がある。37 台の車が通る道 S と 混み具合を比較するために必要 な情報は何か?	I用法 単線 II用法 単線 換算と単線 II用法 加工換算と単線 I用法 複線 必要な量

％の換算	$b/a(\text{既約分数}) = x/100 = \text{小数}$ 小数と分数と％の換算 150€の20%引きの価格は?	%⇔小数の換算 3つの換算 II用法 加工換算と単線
グラフの読み取り	グラフの角度・長さを測定 $x/360 = b/a = \text{小数} = x\%$ $n/m = b/a = \text{小数} = x\%$ 棒・折れ線等多様なグラフ 小数と分数と％の換算 表をもとにグラフを作成する	I用法 単線のみ  II用法 単線
7. klasse (pp.8-32)		
分数と％	$x\% = x/100 = b/a(\text{既約分数})$ 面積図の100%を描く 世帯の％データから帯グラフを完成させる	換算 III用法意味 II用法 単線
小数と％	既約分数 = $x\%$ <b>方法1・2・3</b> $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{20}{100} = 20\%$ $\frac{7}{8} = \frac{7}{8} \cdot 100\% = \frac{7 \cdot 100}{8} \% = \frac{700}{8} \% = 87,5\%$ $\frac{5}{8} = 5 : 8 = 0,625 = 62,5\%$	換算
割合を計算	$p\% = \text{％値}/\text{基本値} = \text{部分}/\text{全体}$ 32人のうち12人は何%か? <b>方法1・2</b> $\frac{12 \text{ Schüler}}{32 \text{ Schüler}} = \frac{12}{32} = \frac{3}{8} = 0,375 = 37,5\%$ 	I用法 単線と換算  Estimateの使用
％値を計算	$\text{％値} = \text{基本値} \times P\%$ 5.1億km <sup>2</sup> の28%の陸の面積は? <b>方法1・2</b> $510\,000\,000 \text{ km}^2 \cdot 28\% = 510\,000\,000 \text{ km}^2 \cdot \frac{28}{100}$  9,40€と2,40€の10%の税は? 5.1億km <sup>2</sup> の72%を占める海の内の47%の太平洋の面積は?	II用法  加工と単線 連鎖

基本値を計算	基本値 = $\text{％値} \times 100 / p$ 45%引きで9€安くなる元値は? <b>方法1・2</b> $\frac{9\text{€} \cdot 100}{45} = \frac{900\text{€}}{45} = 20\text{€}$ 	III用法 単線
用法混合	<ul style="list-style-type: none"> <li>45€から6€値引きされる商品と元値20€で2.50€値引きされる商品で、割引が多いのは?</li> <li>年3.5%成長する3500 m<sup>3</sup>の森林を維持する伐採量は?</li> <li>12歳時84%成長した1.70mの男子と92%成長した1.58mの女子と自分の成長予測は?</li> <li>亜鉛46.5gが30%含まれる真鍮の作品の重量は?</li> <li>カロリー・体組成・栄養素</li> </ul>	II用法と加工とII用法の複線 II用法 III用法 III用法 II用法
割合増加	26.25€の商品価格にすると原価25€から何%増えた? <b>方法1・2</b> $\frac{26,25\text{€}}{25\text{€}} = \frac{105}{100} = 105\%$ $105\% - 100\% = 5\%$  5%増加して1050人になった学校の元の人数は? 価格等の問題5問	I用法 単線と加工換算  II用法 単線と加工換算  III用法 加工換算と単線
割合減少	35€の商品を28€で売る時の割引率は何%? <b>方法1・2</b> $\frac{28\text{€}}{35\text{€}} = \frac{4}{5} = 80\%$ $100\% - 80\% = 20\%$  価格等の問題6問	I用法 加工換算と単線  II用法 単線と加工換算  III用法 加工換算と単線

公 式 を 使 用 し た 習 熟 略	<ul style="list-style-type: none"> <li>・16194665 人が 34.2%なら全有権者数は?</li> <li>・10%のサービス料を含む 6.60€ のサービス料はいくら?</li> <li>・a が 30%, b が 62.5%, c が 2g で 100%の時の a, b の重さは?</li> <li>・元値を 10%値上げし, 値上げ後の値段を 10%値下げすると損得はどうなるか?</li> <li>4 kg で 5%やせた人の元体重は?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>I 用法(略)</li> <li>III 用法</li> <li>III 用法</li> <li>加工と単線</li> <li>III 用法と II 用法</li> <li>加工と連鎖</li> <li>II 用法</li> <li>連鎖</li> <li>III 用法</li> </ul>
	金利と利息	

表1 問題内容と III 用法・演算構造

### 3. 実際の教育手法についての調査

2016年3月, エーリッヒ・ケストナー実学校とレンブッセル実学校で数学担当教諭に聞き取り調査したところ「数学の教科書以外の割合の指導は行っておらず, 他の解決方法は無い。」とのことであった。また, 教育現場に詳しい B 先生(カールスルーエ教育大学)から以下を聴取した。

7 学年では, 方法 2 の実際量と%を併記し, 乗除して解決する方法を習得する。また, 7~10 学年では, 実際量と%を併記し, クロスで演算を決定する方法を習得する。

$$\begin{array}{r} 30 \text{ cm} \hat{=} 100\% \\ 18 \text{ cm} \hat{=} ?\% \\ 100\% \times 18 \text{ cm} \\ \hline \qquad \qquad \qquad \hat{=} 60\% \\ 30 \text{ cm} \end{array}$$

10 学年では, 公式により直接計算ができるようにする。

$$\frac{18 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} = \frac{6}{10} = 0.6 \Rightarrow 60\%$$

教科書に記載されている方法以外は行っておらず, また, この方法で学習してもドイツの子供でも難しい。

### 4. 考察と課題

ドイツの割合指導の特徴を以下にまとめる。

- ・第 6・7 学年において割合として%を指導され, 6 学年では分数と小数と%の換算や, 第 I・II 用法を中心とした問題が学習される。
- ・7 学年では, 比の第 I・II・III 用法の順に, 社会に結びついた様々な文脈の文章題を通して計算で求める方法を本格的に学ぶ。
- ・第 III 用法, 第 II 用法の連鎖と加工換算, 複線等の難易度の高い演算構造の問題を, 何度も学習す

る教育計画・教育内容が, 教科書も問題集も同様に整っている。

・今回の調査範囲内では, 教科書にない実際の教育手法は行われておらず, 実際量と%を併記して乗除して解決する方法が徹底されている。

**謝辞** 本研究は JSPS 科研費 15K04510 の助成を受けたものです。

### 引用・参考文献

- [1] 加藤卓・守屋誠司・進藤聡彦, 「乗除数量関係 (ボックス図) を使用した割合に関する教育実践と結果について」, 『数学教育学会 2017 年度 春季例会予稿集』, pp.119-121, 2017
- [2] 加藤卓・守屋誠司・進藤聡彦, 「乗除数量関係図 (ボックス図) を使用した割合に関する教育内容・方法について」, 『数学教育学会 2016 年度 秋季例会予稿集』, pp.164-166, 2016
- [3] T.Kato・S.Moriya・T.Shindo, “Effects of diagrams showing relationships between variables in solutions to problems concerning relative values.”, Contributions to Mathematics Education 2016, pp. 517 - 519, The Association of Didactics of mathematics, 2016
- [4] 加藤卓・守屋誠司・進藤聡彦, 「乗除数量関係図 (ボックス図) を使った割合指導の予備実験結果について」, 『数学教育学会誌臨時増刊 2016 年度数学教育学会春季年会発表論文集』, pp.200-202, 2016
- [5] 守屋誠二・進藤聡彦, 「数直線の指導による割合問題の指導改善」, 『数学教育学会誌 2016/Vol.57/No.3・4』, pp.187-197, 2016
- [6] 加藤卓, 「射影量の文章問題の演算構造による分類について」, 『数学教育学会誌臨時増刊 2015 年度数学教育学会春季年会発表論文集』, pp.138-141, 2015
- [7] 加藤卓, 「単位当たりの量に関する指導内容の改善について」, 『2014 年度数学教育学会秋季例会 数学教育学会誌臨時増刊』, pp.29-30, 2014
- [8] 加藤卓, 『数量関係図』の導入により算数の苦手意識を克服する ~実質・形式陶冶の両面強化を図り, 思考の筋道を明示し説明に使う「数量関係図」の開発~, 『平成 20 年度 優良教育研究概要』, 財団法人 山形教育共励会, pp.34-35, 2008
- [9] Komplette Trainer, Mathematik 5-10 klasse, Gymnasium, Klett, 2016
- [10] Math.delta Mathematik für das Gymnasium, 5-6, Baden-Württemberg, C.C.BUCHNER, 2016