

Beiträge zum Mathematikunterricht 2016

**VORTRÄGE AUF DER 50. TAGUNG FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK
VOM 07.03.2016 BIS 11.03.2016
IN HEIDELBERG**

**FÜR DIE GDM HERAUSGEGEBEN
VOM
INSTITUT FÜR MATHEMATIK UND INFORMATIK
DER
PÄDAGOGISCHEN HOCHSCHULE HEIDELBERG**

BAND 1

© WTM – Verlag für wissenschaftliche Texte und
Medien, Münster 2016
ISBN 978-3-95987-014-6 (Band 1 / 3)

WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

Beiträge zum Mathematikunterricht 2016

**VORTRÄGE AUF DER 50. TAGUNG FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK
VOM 07.03.2016 BIS 11.03.2016
IN HEIDELBERG**

**FÜR DIE GDM HERAUSGEGEBEN
VOM
INSTITUT FÜR MATHEMATIK UND INFORMATIK
DER
PÄDAGOGISCHEN HOCHSCHULE HEIDELBERG**

BAND 1

WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte Informationen sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar

Druck durch:
winterwork
04451 Borsdorf
<http://www.winterwork.de/>

Alle Rechte vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Einwilligung des Verlags in irgendeiner Form reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© WTM – Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien, Münster 2016 – Band 1 / 3
ISBN 978-3-95987-014-6

Vorwort

Im Jahr 2016 fand die 50. Jahrestagung der Gesellschaft der Didaktik der Mathematik an der Pädagogischen Hochschule Heidelberg statt. Zahlreiche Beiträge haben gezeigt, was derzeit nicht nur in der deutschsprachigen Mathematikdidaktik und -praxis geforscht und erprobt wird. Besonders auffällig war ein hoher Anteil an Beiträgen aus dem Bereich der Hochschuldidaktik. Es sieht so aus, dass sich hier ein vielversprechendes Feld fachdidaktischer Forschung auftut.

Wie in jedem Jahr gab es auch in Heidelberg einen Lehrertag. Die hier stattfindenden Vorträge und Workshops hatten einen besonderen Bezug zur Praxis, der für die Kolleginnen und Kollegen an Schulen von besonderem Interesse waren. Die Themen reichten vom kompetenzorientiertem Lernen mit konkreten Arbeitsmitteln in Arithmetik und Geometrie bis hin zum Einsatz digitaler Werkzeuge in Primar- und beiden Sekundarstufen. Neu im Programm war der sogenannte Work-In-Progress-Tag („WIP-Tag“) statt. Ähnlich wie am traditionellen Nachwuchstag hatten hier solche Beiträge ihren Platz, die über neue Projekten berichten, die noch in den Kinderschuhen stehen. Jedem WIP-Beitrag wurde soviel Zeit beigemessen, dass mehr Zeit für Vorstellung und Diskussion ist. Schon einer längeren Tradition folgend gab es auch eine Posterausstellung mitsamt Wettbewerb.

Zu unseren Hauptvortragenden in Heidelberg Folgendes: Am Montag der Konferenzwoche sprach Gabriella Ambrus (Eötvös-Loránd-Universität Budapest) über die traditionsreiche ungarische Mathematikdidaktik und ihre Beziehungen zur deutschsprachigen Mathematikdidaktik. Am Dienstag diskutierte Michael Gaidoschik (Universität Klagenfurt) Möglichkeiten und Grenzen der Mathematikdidaktik bei der Bewältigung eines zentralen Phänomens des Unterrichts nicht nur der Primarstufe, nämlich das der mathematischen Lernschwierigkeiten. Am Mittwoch begrüßten wir Henning Körner (Studienseminar Oldenburg), der mit dem Übergang Lehramtstudium-Referendariat eine von Felix Klein schon früh problematisierte Schnittstelle in den Blick nahm. Am Donnerstag gab Jürg Kramer (Humboldt Universität Berlin) Einblicke in die Hochschulmathematik, ausgehend von einem auch in der Schule wohlbekannten Sachverhalt: dem Satz von Pythagoras. Am Freitag schließlich war eine weitere Schnittstelle Gegenstand des Vortrages von Kathrin Winter (Europa-Universität Flensburg), wenn Möglichkeiten der Unterstützung im Bereich Mathematik zu Beginn von Studium, Ausbildung und Beruf vorgestellt werden.

Das Institut für Mathematik und Informatik der PH Heidelberg

Ekaterina KAGANOVA <i>Was lehren Schulbuchlehrtexte im Fach Mathematik?</i>	509
Belgüzar KARA <i>Der Einfluss sozialer Herkunft beim Umgang mit mathematischen Problemen</i>	513
Takashi KATO, Seiji MORIYA, Toshihiko SHINDO <i>Effects of diagrams showing relationships between variables in solutions to problems concerning relative values</i>	517
Leander KEMPEN; Miriam KRIEGER; Petra Carina TEBAAARTZ <i>Über die Auswirkungen von Operatoren in Beweisaufgaben</i>	521
Band 2:	Seite 525 bis 1092
Christina KLOPP <i>„Strukturiert“: Der „Strukt“ „Zufall“ aus mathematik- und naturwissenschaftlicher Perspektive</i>	525
Christian KLOSTERMANN <i>Experimentelles Lernen: Ein Verständnis im Bereich des funktionalen Denkens und der funktionalen Analysis: Entwicklung und Erprobung eines Testinstruments</i>	529
Christian KLOSTERMANN <i>Herausforderungen angehender Lehrkräfte im Umgang mit Begründungsaufgaben</i>	533
Olaf KNAPP <i>Dynamische Raumgeometrie-Systeme für die Schule?</i>	537
Heike KNAUBER, Laura MARTIGNON, Hannes SCHRAY, Jonathan NELSON & Björn MEDER <i>Informationssuche und Kodierung: Heuristiken von Viertklässlern</i>	541
Kathrin KOEHLER, Hedwig GASTEIGER <i>Strategieverwendung bei Aufgaben zum kleinen Einmaleins – Ergebnisse einer Interviewstudie</i>	545
Sebastian KOLLHOFF <i>Analyse von Transferprozessen in kollaborativen Lernsituationen</i>	549
Nicole KOPPITZ <i>Einschätzung von Studierenden zu den eigenen fachbezogenen Fähigkeiten und zur Motivation</i>	553

Jörg KORTEMEYER <i>Mathematikverwendung in ingenieurwissenschaftlichen Grundlagenfächern am Beispiel der „Grundlagen der Elektrotechnik“</i>	557
Laura KORTEN <i>Entwicklung und Erforschung eines Lehr-Lernarrangements für den inklusiven Mathematikunterricht zur Anregung des Gemeinsamen Lernens und des flexiblen Rechnens</i>	561
Ulrich KORTENKAMP, Oliver LABS <i>Bausteine in digitalen Lernumgebungen vernetzen: Technologie zur Gestaltung und Analyse von kreativen Lernprozessen</i>	565
Maria KÖTTERS <i>Materialgestütztes inklusives Lernen am außerschulischen Lernort zum Themenkreis Mathematik</i>	569
Theresa KRASSNIGG <i>Eltern- und SchülerInnenbeliefs zu Mathematik(unterricht)</i>	573
Christina M. KRAUSE <i>DeafMath - Ein Projekt zum Einfluss der Gebärdensprache auf Mathematikverständnis</i>	577
Eduard KRAUSE <i>Erkenntnistheoretische Parallelen zwischen Schulmathematik und -physik aus mathematikdidaktischer Sicht</i>	581
Kerstin KRIMMEL <i>Materialien aus dem Projekt MAKOS – Eine kompetenzorientierte Behandlung von Prognose- und Konfidenzintervallen</i>	585
Thomas KROHN, Karin RICHTER <i>Spielend lernen: zur Vernetzung geometrischer Grundbegriffe</i>	589
Julian KRUMSDORF <i>Visual Proving</i>	593
Jessica KUNSTELLER <i>Zur Bedeutung von (Familien-)Ähnlichkeiten in mathematischen Lernprozessen</i>	597
Sebastian KUNTZE <i>Professionelles Wissen und Überzeugungen von Lehrkräften zum Modellieren im Mathematikunterricht als Bezugspunkte für spezifische Analysekompetenz</i>	601
Jenny KUROW <i>Von- und miteinander lernen: Vernetzungsmöglichkeiten von Schule und Hochschule im Bereich Mathematik</i>	605

unterschiedlicher Herkunft im Zusammenhang der letzten M... und der Schulform betrachtet wird.

5. Fazit

Die ersten Ergebnisse der Beobachtungen deuten auf den Einfluss von Dispositionen beim Umgang mit mathematischen Problemen. Die Beobachtung der horizontalen Differenzierung im Feld des Mathematikunterrichts, insbesondere der Bearbeitung von mathematischen Aufgaben, kann genutzt werden, um den Einfluss der habituellen Dispositionen auf die Mathematikkompetenz nochmals schärfen. Die ersten Beobachtungen begrenzen sich vorwiegend auf die vertikale Einteilung des sozialen Raums, aus dem Lehrerinnen und Schüler mit unterschiedlichen Sozialisationsbedingungen im Feld der Schule auftreten. Die Ergebnisse weisen daraufhin, dass gerade Schülerinnen und Schüler aus nicht-privilegierter Herkunft ein „sense of entitlement“ (vgl. Laureau, 2011) fehlt, welches im weiteren Verlauf der Studie zu untersuchen ist.

Literatur

- Bauer, U./Vester, M. (2008): Soziale Ungleichheit und soziale Milieus als Sozialisationskontexte. In: Hurrelmann, K./Grundmann, M./Walper, S. (Hrsg.): Handbuch Sozialisationsforschung. 7. vollst. überarb. Aufl. Weinheim und Basel: Beltz.
- Baumert, J./Schümer, G. (2001): Familiäre Lebensverhältnisse, Bildungsbeteiligung und Kompetenzerwerb. In: Deutsches PISA-Konsortium (Hrsg.), PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich. Opladen: Leske + Budrich.
- Bourdieu, P. (1982): Die feinen Unterschiede. Kritik der gesellschaftlichen Urteilskraft. Frankfurt a. M.: Suhrkamp.
- Bremer, H./Lange-Vester, A. (2014): Die Pluralität der Habitus- und Milieufornen bei Lernenden und Lehrenden. Theoretische und methodologische Überlegungen zum Verhältnis von Habitus und sozialem Raum. In: Helsper, W./Kramer, R. (Hg.): Schülerhabitus. Wiesbaden: VS, S. 56-81.
- Lareau, A. (2011): Unequal Childhoods. Class, Race, and Family Life, With an Update a Decade Later. University of California Press: London.
- Leuders, T. (2011): Mathematik-Didaktik: Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. 6. Auflage. Berlin: Cornelsen.
- Müller, K./Ehmke, T.: Soziale Herkunft als Bedingung der Kompetenzentwicklung. In: 2013 PISA 2012: Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland. Prenzel, M./Sälzer, C./Klieme, E. & Köller, O. (Hrsg.). Münster: Waxmann, S. 245-274.

TAKASHI KATO, Tokyo University and Graduate School of Social Welfare, Japan; SEIJI MORIYA, Tamagawa University, Japan; TOSHIHIKO SHINDO, University of Yamanashi, Japan

Effects of diagrams showing relationships between variables in solutions to problems concerning relative values.

1. Introduction

“Relative values” taught in the fifth grade are said to be the most difficult among the contents of mathematics taught in Japanese elementary schools. Relative value problems can be classified into three types: (1) when the compared quantity and base quantity are known, and the relative value is required (First use), (2) when the base quantity and relative value are known, and the compared quantity is required (Second use), and (3) when the compared quantity and relative value are known, and the base quantity is required (Third use). It is known that the third type of problems are especially difficult for elementary school students.

In Japan, number lines are generally used when teaching relative values, because relationships between the actual quantity and corresponding relative value are visually indicated. On the other hand, Shindo and Shimizu (2015) examined whether number lines are useful for solving verbally presented relative value problems and obtained the following results:

- (1) Solutions to verbal relative value problems are facilitated in elementary school students by using number lines.
- (2) It is difficult for elementary school students to draw number lines by themselves when solving verbal problems.
- (3) One reason for (2) was that they could not regard the base quantity as “once”.

Furthermore, Shindo and Moriya (2015) conducted an experiment with university students that required solutions to relative value problems. The results indicated that many university students did not understand number lines, and that number lines are not effectively used in solving problems. Therefore, it is necessary to develop tools for facilitating the understanding of relative values. This study presents a diagram method that clearly indicates relationships among the base quantity, compared quantity, the relative value of the base quantity (=1 (once)), and the relative value of the compared quantity. Relative values were taught to two fifth graders using such diagrams and the effects of the diagram on facilitating solutions to the problems were examined.

2. Experiment

Participants: M and N that were fifth graders participated in the experiment. They had already learned multiplication and division of decimal fractions, but had not learned relative values.

Procedures: A textbook that included the definition of relative values and three types of problems described above, which were developed by the authors, was used. One of the authors taught relative values following the textbook, and using a diagram called a "box diagram" (Figure 1).

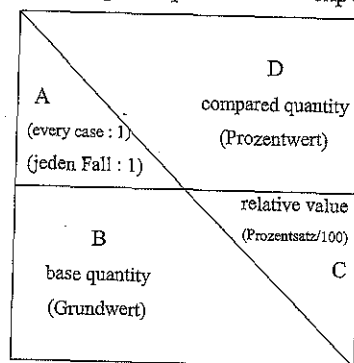


Figure 1 Box Diagram

Overview of the teaching process

Pre-tests were conducted to examine the effect of the box diagram. The problems used in the tests are shown below. These problems have been used in Shindo and Shimizu (2015). In their study, the mean percentage of correct answers among elementary school students ($N=116$), to whom relative values had already been taught using number lines, were 62%, 67%, and 58% respectively for the three problems (Table 1)

- Problem 1. There is a 30 cm stick. If you cut 18 cm of the stick to use it for work. How many times the length of the original stick is the length of the stick that I cut? (First use)
- Problem 2. A class consists of 40 students. The number of boys in the class is 0.6 times the total number of students in the class. How many boys are there in this class? (Second use)
- Problem 3. A boy gave 15 marbles to his sister. The number of marbles that the boy gave to his sister was 0.6 times the marbles that he originally had. How many marbles did the boy originally have? (Third use)

Table 1 Sentence Problems imposed as Pre-test

In the pre-test, M developed a correct formula for Problem 1, whereas N responded " $30-18=12$, $12\div30=0.4$ ". M also developed a correct formula for Problem 2, however N developed a wrong formula; " $40\div0.6$." M and N both developed a wrong formula for Problem 3; " 15×0.6 ." This indicated that the third problem was the most difficult for both M and N. Teaching started after finishing the pre-test. First, a first use problem below was given: "at four basketball games the success rates for shoots by a player were as follows: $4/8$, $4/10$, $8/10$, and $9/12$. Compare the success rates for shoots between the four games." M calculated the difference between the number of shoots and failures, and responded that the player was most successful in the fourth game. On the other hand, N attended only to the third and fourth games and

responded that although the player made 12 shoots (two more than 10) in the fourth game, he/she succeeded in 9 shoots (just one more than 8). Therefore, the success rate in the third game was higher. It can be seen from these responses that before teaching both students tended to make judgments based on the differences.

Following this, the definition of relative value (i.e. relative value = compared quantity $\div$ base quantity) and the meaning of relative value were taught. Then, the box diagram was shown and the method of using it was explained (Table 2).

- (1) Always enter "1" in the A division (see Figure 1), which means "once"
- (2) Enter the actual quantity corresponding to "once" in the B division
- (3) Enter the actual quantity not corresponding to "once" in the D division
- (4) In the C division, enter how many times larger D is than B
- (5) Enter "?" as the unknown value that is inquired in the problem

Table 2 Usage of Box Diagram

After the explanation about relative values using the box diagram, the two participants were required to solve the problem. They calculated the relative values of four games, and responded that the success rate in the fourth game was the highest.

Next, the participants were required to solve another three first use problems using the box diagram. Results indicated that they could respond correctly. At this point, percentage expressions of relative values were taught. Then, the second use problem below was shown: "There is 300 mL juice containing 30% fruit juice. How many milliliters is the fruit juice?" The two participants made box diagrams and gave the correct response. When given two other second use problems, they could also make box diagrams and give the correct response. Subsequently, the participants were required to solve the third use problem below: "The weight of a kitten is 168g, which is 160% of its birth weight. What was the birth weight of the kitten?" M and N made box diagrams by themselves and responded correctly. Because findings of previous studies have indicated that the third use problems are difficult to solve, another solution described below was taught: using the unknown quantity X , make a formula of the second use, and converting it into the third use. That is, we taught that it would be easier to solve third use problems by first making the formula, " $X \times \text{relative value} = \text{compared quantity}$," and then converting it into " $X = \text{compared quantity} \div \text{relative value}$." Two third use problems were given, which indicated that both participants could answer correctly without using an equation.

After going through the teaching process described above, identical problems to the pre-test were posed as the post-test. This indicated that M and N could make correct formulas and respond correctly to all the three problems.

WTM

Beiträge zum Mathematikunterricht 2016 Band 2

© WTM – Verlag für wissenschaftliche Texte und
Medien, Münster 2016
ISBN 978-3-95987-014-6 (Band 2 / 3)

Beiträge zum Mathematikunterricht 2016

**VORTRÄGE AUF DER 50. TAGUNG FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK
VOM 07.03.2016 BIS 11.03.2016
IN HEIDELBERG**

**FÜR DIE GDM HERAUSGEGEBEN
VOM
INSTITUT FÜR MATHEMATIK UND INFORMATIK
DER
PÄDAGOGISCHEN HOCHSCHULE HEIDELBERG**

BAND 2

**WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster**

WTM

Beiträge zum Mathematikunterricht 2016

Band 3

© WTM – Verlag für wissenschaftliche Texte und
Medien, Münster 2016
ISBN 978-3-95987-014-6 (Band 3 / 3)

Beiträge zum Mathematikunterricht 2016

**VORTRÄGE AUF DER 50. TAGUNG FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK
VOM 07.03.2016 BIS 11.03.2016
IN HEIDELBERG**

**FÜR DIE GDM HERAUSGEGEBEN
VOM
INSTITUT FÜR MATHEMATIK UND INFORMATIK
DER
PÄDAGOGISCHEN HOCHSCHULE HEIDELBERG**

BAND 3

**WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster**