

代数学 A レポート III

佐藤 篤

2025 年 7 月 14 日

次の課題を解いて、8 月 4 日の講義開始時刻までに提出せよ。注意事項は次の通り（これらの規則に従わないものは評価の対象としない）:

- レポートには A4 判の紙を使用し、全てのページに学生番号と氏名を記入すること。
- 複数枚に渡るレポートはホチキス（クリップは不可）で左上の角を束ねて提出すること。
- 文献や人の意見を参考にしたり、人と一緒に考えた場合には、そのことを明記すること。

課題 3 (1) 3 次の行列

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

について、次を示せ:

- $G_1 = \langle A, B, C \rangle$ は位数 8 のアーベル群。
- $G_2 = \langle A, D \rangle$ は位数 8 のアーベル群。
- G_1 と G_2 は同型でない。

(2) 4 次の行列

$$I = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

について、次を示せ:

- $G_3 = \langle I, J \rangle$ は位数 8 の非可換群。
- G_3 は 4 次二面体群 D_4 と同型でない。